

**Departamento de Matemática**

**Tópicos de Matemática I**

**LCD – Licenciatura em Ciência de Dados**

---

---

05/01/2021 – Parte I (75%)

Tipo de Prova: Exame final (1ª Época): Parte I + Parte II  
Frequência: Parte I

Duração máxima: 3 H  
Duração máxima: 2 H

---

---

Nome Completo .....  
(em maiúsculas)

Número .....

Turma .....

- 
- 
- Não é permitido o uso de máquinas de calcular.
  - Não é permitido escrever a lápis ou a caneta de tinta vermelha.
  - Durante a prova deve manter o telemóvel desligado.
  - Não se tiram dúvidas durante a prova.
  - Não destaque nenhuma folha do caderno de prova, sob pena da sua anulação.
  - A prova deve ser resolvida unicamente nas folhas do enunciado, as quais devem permanecer agrafadas. Apresente todas as justificações necessárias.
  - Não são permitidas folhas de rascunho adicionais. A última folha do enunciado serve para esse efeito. A folha de rascunho que constitui o final da prova pode ser usada excecionalmente para responder a alguma questão, desde que claramente assinalado.
- 
- 

**Reservado para cotações.**

1. a)  
b)

2.

3.

4.

5. a)

b)

c)

6. a)

b)

c)

d)

7. a)

b)

---

---

(2.0 valores) 1. Calcule, caso exista, o limite de cada uma das seguintes sucessões reais:

(1.0) a) 
$$u_n = \frac{(-1)^n}{1 + \sqrt{n}}$$

(1.0) b) 
$$v_n = \frac{(3n + 1)^4 + n^2}{n^4 + 2}$$

(1.5 valores) 2. Use o conceito de subsucessão para mostrar que a sucessão  $x_n = n^{(-1)^n}$  é divergente.

(1.5 valores) 3. Seja  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  a função definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x(x+2)}{2} & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{\ln(1+x^2)}{x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Estude  $f$  quanto à continuidade no ponto  $x = 0$ .

(2.5 valores) 4. Escreva a fórmula de Maclaurin até aos termos de 2ª ordem para a função  $f(x) = e^{-x} \cos x$ .

(5.5 valores) 5. Determine uma primitiva de cada uma das seguintes funções reais:

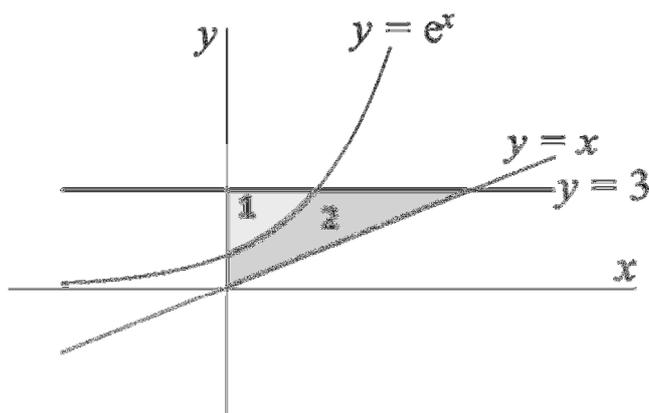
(1.5) a)  $3 \cos(x)e^{-\sin(x)}$

(2.0) b)  $\frac{\cos(x)}{\sin^2(x) - 4}$

(2.0) c)  $x \ln^2(x)$



(5.0 valores) 6. No gráfico seguinte estão identificadas duas regiões planas com números 1 e 2, assim como as equações das linhas que as delimitam.



- (1.0) a) Escreva uma expressão integral que lhe permita calcular a área da região 1.
- (1.0) b) Faça o mesmo que na alínea anterior, agora em relação à região 2.
- (2.0) c) Calcule separadamente as áreas das duas regiões indicadas.
- (1.0) d) Some os valores encontrados na alínea anterior, e comente o resultado obtido.



(2.0 valores) 7 . Seja  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função contínua,  $f(x) < 0$  se  $x > 0$  , e seja  $F: [-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$F(x) = \int_{-1}^{x^2} t f(t) dt$$

(1.0) a) Calcule  $F'(x)$ .

(1.0) b) Mostre que  $F(x)$  tem um único ponto de estacionaridade, e determine a sua natureza.

