

Exame de Tópicos de Matemática II

LCD e LCD-PL

Departamento de Matemática – Ista – Iscte

10 de Abril 2021

Duração da prova: 2h00

(3.5 val)

1. Considere a função

$$g(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 \sin(4x) + y^2}{2x^2 + y^4} & , (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , (x, y) = (0, 0) . \end{cases}$$

Determine g_x em todos os pontos onde esta derivada está definida.

2. Vamos agora considerar uma função definida por

$$w(x, y) = f(2xy, \ln(xy)) ,$$

onde $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função duas vezes continuamente diferenciável.

Determine, em termos das derivadas parciais de f , expressões para:

(2.0 val)

(a) $\frac{\partial w}{\partial y}$,

(1.5 val)

(b) $\frac{\partial^2 w}{\partial y \partial x}$.

(3.5 val)

3. Determine e classifique os pontos críticos de $f(x, y) = e^y(y^2 - x^2)$.

4. Considere o integral

$$\int_{-2}^0 \int_{x^2-4}^{x+2} 3x^2 y \, dy \, dx .$$

(1.0 val)

- (a) Represente o domínio de integração.

(1.0 val)

- (b) Troque a ordem de integração.

(2.0 val)

- (c) Escolha uma das ordens de integração e determine o valor do integral (o resultado final pode ser apresentado na forma duma soma e produto de frações não simplificada).

(3.0 val)

5. Calcule o volume do sólido limitado pelos parabolóides de revolução $z = -2x^2 - 2y^2 + 1$ e $z = x^2 + y^2 - 5$, e pela condição $x \geq y$.

(2.5 val)

6. Determine qual o volume máximo duma caixa rectangular com diagonal igual a 1.