

PROGRAMAÇÃO LINEAR: CAPÍTULO 3 SOLVER E VARIÁVEIS MÚLTIPLAS

Exercício 13 Capítulo 3

A companhia Weedwacker produz dois tipos de cortadores de relva: um modelo elétrico e um modelo a gás. A companhia foi contratada para um fornecimento nacional num total de 30,000 cortadores elétricos e 15,000 cortadores a gás.

No entanto, a capacidade da produção da empresa é limitada em 3 departamentos: produção, junção e empacotar. A tabela seguinte sumariza as horas de processamento disponíveis e o tempo requerido por cada departamento para cada um dos cortadores de relva.

	Hours Required per Trimmer		Hours Available
	Electric	Gas	
Production	0.20	0.40	10,000
Assembly	0.30	0.50	15,000
Packaging	0.10	0.10	5,000

A companhia produz um cortador elétrico por \$55 e um cortador a gás por \$85. Alternativamente, ela pode comprar de outra empresa os mesmos cortadores pelos preços de \$67 e \$95, respetivamente.

Quantos cortadores a gás e elétricos é que a companhia deve fazer e comprar exteriormente para que consiga cumprir o contrato de maneira a minimizar o custo?

Variáveis de Decisão:

P1-> número de cortadores elétricos a produzir

P2 -Z número de cortadores a gás a produzir

C1-> número de cortadores elétricos a comprar

C2-> número de cortadores a gás a comprar

Modelo em PL (Programação Linear)

Custo total = Custo de produção interna + custo de aquisição externa

Min Custo = $55P1 + 85P2 + 67C1 + 95C2$

Sujeito a: $0.2P1 + 0.4P2 \leq 10000$ (não exceder as horas de produção)

$0.3P1 + 0.5P2 \leq 15000$ (não exceder as horas de junção)

$0.1P1 + 0.1P1 \leq 5000$ (não exceder as horas de empacotamento)

$P1 + C1 = 30000$ (quantidade a fornecer de elétricos)

$P2 + C2 = 15000$ (quantidade a fornecer a gás)

Encontrar a solução ótima utilizando o Solver:

Ex 3.13		Eléctrico	Gás		
N.º de					
Produzir int.		30000	10000		
Comprar ext.		0	5000		
Custo de					
Produzir int.		55	85	Custo Total	
Min	Comprar ext.	67	95	2975000	
Disponível		30000	15000		
Necessário fornecer		30000	15000		
Horas necessárias				Usadas	Disponíveis
Produção		0,2	0,4	10000	10000
Montagem		0,3	0,5	14000	15000
Embalamento		0,1	0,1	4000	5000

Utilização da função do Excel SOMARPRODUTO para representar as restrições aplicadas aos coeficientes, definição do problema como um problema de minimização de custo (uso do LP Simplex).

INTERPRETAÇÃO DO RESULTADO OBTIDO

Solução ótima:

P1= 30000

P2 = 10000

C1 = 0

C2 = 5000

Internamente, deverão ser produzidos 30000 aparadores eléctricos e 10000 aparadores a gás. Externamente, deverão ser adquiridos 5000 aparadores a gás.

Deste modo, o custo total mínimo (da produção interna mais a aquisição externa) será de \$2.975.000

Com este esquema ótimo de produção interna e aquisição externa para satisfazer a encomenda, sabemos que a nível interno:

- As 10000 horas de tempo de produção são usadas
- São utilizadas 14000 das 15000 horas de tempo de junção
- São utilizadas 4000 das 5000 horas de tempo de empacotamento

Exercício 23 Capítulo 3

A Rent-A-Dent, uma companhia de aluguer de carros permite aos seus clientes alugar um carro numa certa localização e devolvê-lo nalguma das suas várias localizações de lojas. No momento, as localizações 1 e 2 têm 16 e 18 carros, respetivamente e as localizações 3,4,5 e 6 precisam de 10 carros cada uma. Os custos de transportar os carros das localizações 1 e 2 para as outras localizações estão sumariados na tabela seguinte:

Costs of Transporting Cars Between Locations				
	Location 3	Location 4	Location 5	Location 6
Location 1	\$54	\$17	\$23	\$30
Location 2	\$24	\$18	\$19	\$31

Porque nas localizações 1 e 2 temos 34 carros e 40 carros são precisos nas localizações 3,4,5,6 algumas localizações não vão receber tantos carros quanto precisam. No entanto, a empresa quer garantir que os carros são mandados para onde são precisos e que cada localização receba pelo menos 5 carros.

Variáveis de decisão: (de cruzamento)

x_{ij} -> nº de carros a enviar do local de origem $i=1,2$ para o local de destino $j=3,4,5,6$

Modelo em PL (Programação Linear):

$$\text{Min Custo} = 54x_{13} + 17x_{14} + 23x_{15} + 30x_{16} + 24x_{23} + 18x_{24} + 19x_{25} + 31x_{26}$$

$$\text{Sujeito a: } x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} = 16 \text{ (enviar todos os carros disponíveis)}$$

$$x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} = 18$$

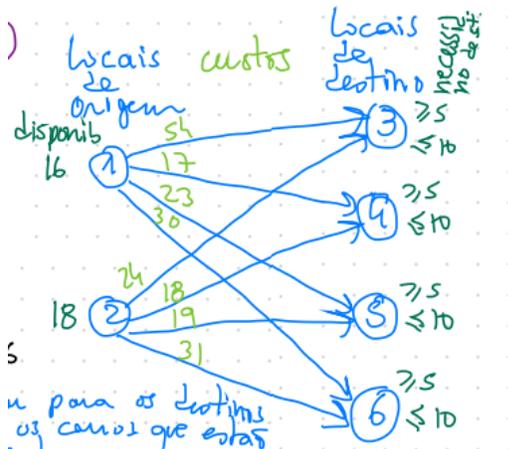
$$x_{13} + x_{23} \geq 5 \text{ e } x_{13} + x_{23} \leq 10 \text{ (min e max em cada destino)}$$

$$x_{14} + x_{24} \geq 5 \text{ e } x_{14} + x_{24} \leq 10$$

$$x_{15} + x_{25} \geq 5 \text{ e } x_{15} + x_{25} \leq 10$$

$$x_{16} + x_{26} \geq 5 \text{ e } x_{16} + x_{26} \leq 10$$

Resolução no Solver:



Ex 3.23		Custos de envio das Origens para os Destinos					
		Local 3	Local 4	Local 5	Local 6		
origens	Local 1	54	17	23	30		
	Local 2	24	18	19	31		
		Carros transferidos de uma origem para um destino				Enviados	Disponíveis
		Local 3	Local 4	Local 5	Local 6		
Min	Local 1	0	10	1	5	16	16
	Local 2	9	0	9	0	18	18
	Recebido	9	10	10	5		
	Necessário Min	5	5	5	5		
	Necessário Máx	10	10	10	10		
Custo total de transferência						730	

INTERPRETAÇÃO DO RESULTADO

$$x_{13} = 0, x_{14} = 10, x_{15} = 1, x_{16} = 5$$

$$x_{23} = 9, x_{24} = 0, x_{25} = 9, x_{26} = 0$$

Do local 1, enviar 10 carros para o local 4, 1 para o local 5 e 5 para o local 6.

Do local 2, enviar 9 carros para o local 3 e outros 9 carros para o local 5.

O custo total mínimo (ótimo) de envio será de \$730.

Para cada destino, ficamos a saber que:

- O local 3 receberá 9 dos 10 carros necessários
- O local 4 recebe todos os 10 carros necessários
- O local 5 recebe todos os 10 carros necessários
- O local 6 recebe apenas 5 dos 10 carros necessários

Exercício 21 Capítulo 3

A empresa Valu-Com Electronics produz 5 modelos diferentes de cartões de telecomunicações de interface para PC's e portáteis. Como podemos ver na tabela seguinte, cada um destes dispositivos requer quantidades diferentes de placas de circuitos, resistores, chips de memória e montagem.

	Per Unit Requirements				
	HyperLink	FastLink	SpeedLink	MicroLink	EtherLink
Printed Circuit Board (square inches)	20	15	10	8	5
Resistors	28	24	18	12	16
Memory Chips	8	8	4	4	6
Assembly Labor (in hours)	0.75	0.6	0.5	0.65	1

O custo unitário de venda e de produção para cada modelo são:

	Per Unit Revenues and Costs				
	HyperLink	FastLink	SpeedLink	MicroLink	EtherLink
Wholesale Price	\$189	\$149	\$129	\$169	\$139
Manufacturing Cost	\$136	\$101	\$96	\$137	\$101

No próximo período de produção, a Valu-Com tem 80,000 metros quadrados de PC Board, 100,000 resistores, 30,000 chips de memória e 5,000 horas de montagem disponíveis. A companhia consegue vender todos os produtos que produzir, mas o departamento de vendas quer ter a certeza que a empresa produz pelo menos 500 unidades de cada produto e pelo menos 2 vezes mais cartões fastLink do que HyperLinks enquanto maximiza o lucro.

Variáveis de decisão:

X_i – número de cartões do tipo i a produzir no próximo período de produção, em que $i = 1$ (HL), 2 (FL), 3 (SL), 4 (ML), 5 (EL)

Modelo em PL:

Lucro = receitas-custo

$$\text{MAX Lucro} = (189-136)x_1 + (149-101)x_2 + (129-96)x_3 + (169-137)x_4 + (139-101)x_5$$

Sujeito a:

$$20x_1 + 15x_2 + 10x_3 + 8x_4 + 5x_5 \leq 80000 \text{ (placas de circuito)}$$

$$28x_1 + 24x_2 + 18x_3 + 12x_4 + 16x_5 \leq 100000 \text{ (resistências)}$$

$$8x_1 + 8x_2 + 4x_3 + 4x_4 + 6x_5 \leq 30000 \text{ (memória)}$$

$$0.75x_1 + 0.6x_2 + 0.5x_3 + 0.65x_4 + x_5 \leq 5000 \text{ (horas montagem)}$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 500 \text{ (mínimo produção)}$$

$$x_2 \geq 2x_1 \text{ (relação entre FL E HL)}$$

Resolução com o solver:

	HL	FL	SL	ML	EL	Lucro		
units	500	1000	1500	2250	500	215000		
	53	48	33	32	38			
	HL	FL	SL	ML	EL			
PCB	20	15	10	8	5	60500	<=	80000
Resist	28	24	18	12	16	100000	<=	100000
Memory	8	8	4	4	6	30000	<=	30000
Assembly	0,75	0,6	0,5	0,65	1	3687,5	<=	5000
Min	500	500	500	500	500			
Rest	-2	1	0	>=	0			

Exercício 19 Capítulo 3

Um banco tem \$650000 em ativos para alocar entre os investimentos em títulos, hipotecas de casas, empréstimos para automóveis e empréstimos pessoais. Espera-se que os títulos produzam um retorno de 10%, as hipotecas 8,5%, os empréstimos para automóveis 9.5% e os empréstimos pessoais 12.5%. Para garantir que o portfólio não é muito arriscado, o banco quer restringir os empréstimos pessoais até não mais que 25% do portfólio total. O banco também quer garantir que não é investido mais dinheiro em hipotecas do que em empréstimos pessoais.

O banco também quer investir mais dinheiro em títulos do que em empréstimos pessoais.

Variáveis de decisão:

X_i = montante a aplicar nos investimentos do tipo i , com $i = 1$ (títulos), 2 (hipotecas), 3 (carros), 4 (pessoais)

Modelo em PL:

$$\text{Max return} = 0.1x_1 + 0.085x_2 + 0.095x_3 + 0.125x_4$$

Sujeito a:

$$X_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 650000$$

$$X_4 \leq 0.25(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$$

$$X_2 \geq x_4$$

$$X_1 \geq x_4$$

Resolução no Solver:

	Titulos	Hipotecas	Carros	Pessoais	Retorno	Max
Invest	325000	162500	0	162500	66625	650000
	0,1	0,085	0,095	0,125		
Pessoais	<=	162500				
Soma	650000					

Exercício 16 Capítulo 3

O rancho Beef-Up alimenta gado para fazendeiros do médio-oeste e entrega-o às fábricas de processamento em Topeka, Kansas e Tulsa, Oklahoma. O rancho deve determinar as quantidades de ração para gado a comprar para que as várias necessidades nutricionais sejam atendidas, minimizando os custos totais. A mistura fornecida às vacas deve conter diferentes níveis de 4 nutrientes essenciais e podem ser feitos pela mistura de três feeds diferentes. A quantidade de cada nutriente em onças encontrada em cada libra de feed está na seguinte tabela:

1 libra = 16 onças

Nutrient	Nutrient (in ounces) per Pound of Feed		
	Feed 1	Feed 2	Feed 3
A	3	2	4
B	3	1	3
C	1	0	2
D	6	8	4

O custo por libra das feeds 1,2 e 3 é \$2.00, \$2.5 e \$3 respectivamente. O mínimo requerido por vaca em cada mês é de 4 libras do nutriente A, 5 libras do nutriente B, 1 libra do nutriente C e 8 libras do nutriente D.

No entanto, as vacas não devem ser alimentadas mais de 2 vezes do valor do mínimo requerido para qualquer nutriente todos os meses. Adicionalmente, o rancho consegue apenas obter 1500 libras de cada tipo de feed cada mês. Porque existem 100 vacas usualmente no rancho num determinado tempo, cada vaca não pode ser alimentada por mês com mais do que 15 libras de cada tipo.

Variáveis de decisão

X_i = quantidade em libras de comida de tipo i com que devem ser alimentadas as vacas em cada mês, $i = 1,2,3$ para cada tipo de feed

Modelo em PL:
Min custo = $2x_1 + 2.5x_2 + 3x_3$
Sujeito a:
$3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \geq 4 \cdot 16$ (mínimo requerido nutriente A)
$3x_1 + x_2 + 3x_3 \geq 5 \cdot 16$ (mínimo requerido nutriente B)
$x_1 + 2x_3 \geq 16$ (mínimo requerido nutriente C)
$6x_1 + 8x_2 + 4x_3 \geq 8 \cdot 16$ (mínimo requerido nutriente D)
$3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 2 \cdot (4 \cdot 16)$ (máximo nutriente A)
$3x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 5 \cdot 16 \cdot 2$ (máximo nutriente B)
$x_1 + 2x_3 \leq 16 \cdot 2$ (máximo nutriente C)
$6x_1 + 8x_2 + 4x_3 \leq 8 \cdot 16 \cdot 2$ (máximo nutriente D)
$X_i \leq 15, i=1,2,3$ (máximo libras de cada feed)

Resolução pelo Solver:

		Feed1	Feed2	Feed3				
	Comida	15	9,5	8,5				
MIN	Custo	2	2,5	3	79,25			
	Nutrientes	Feed1	Feed2	Feed3		Minimo	Maximo	
	A	3	2	4	98	64	128	
	B	3	1	3	80	80	160	
	C	1	0	2	32	16	32	
	D	6	8	4	200	128	256	
	Menor que	15	15	15				

Exercício 20 Capítulo 3

A Aire-Co produz desumidificadores domésticos em duas fábricas diferentes em Atlanta e Phoenix. O custo unitário de produção em Atlanta e Phoenix é de \$400 e \$360, respectivamente. Cada fábrica pode produzir no máximo 300 unidades por mês.

Os custos de inventário estão a \$30 por unidade em cada mês. A Aire-Co estima que a procura pelos produtos será de 300,400 e 500 unidades respectivamente nos próximos 3 meses.

Variáveis de decisão:

X_{ij} = número de unidades produzido na fábrica i no mês j

Com $i = 1,2$ para Atlanta e Phoenix e $j = 1,2,3$ meses

A_j = nº de desumidificadores em armazém no início do mês j . com $j = 1,2,3$

Modelo em PL:

$$\text{Min Custo} = 400(x_{11}+x_{12}+x_{13}) + 360(x_{21}+x_{22}+x_{23})+30(A_1+A_2+A_3)$$

Sujeito a:

$$0 + x_{11} + x_{21} \geq 300 \text{ garantir a procura em cada mês}$$

$$A_2 + x_{12} + x_{22} \geq 400$$

$$A_3 + x_{13} + x_{23} \geq 500$$

$$X_{ij} \leq 300$$

$$A_2 = x_{11} + x_{21} - 300 \text{ equilíbrio entre o que existe no início de um mês}$$

$$A_3 = A_2 + x_{12} + x_{22} - 400 \text{ tem de ser igual ao que existe no final do anterior}$$