

Departamento de Matemática

Tópicos de Matemática I

LCD – Licenciatura em Ciência de Dados

14/01/2020 – Parte I (75%)

Tipo de Prova: Exame final (1ª Época): Parte I + Parte II
Frequência: Parte I

Duração máxima: 2H 30m
Duração máxima: 1H 45m

Nome Completo
(em maiúsculas)

Número

Turma

-
-
- Não é permitido o uso de máquinas de calcular.
 - Não é permitido escrever a lápis ou a caneta de tinta vermelha.
 - Durante a prova deve manter o telemóvel desligado.
 - Não se tiram dúvidas durante a prova.
 - Não destaque nenhuma folha do caderno de prova, sob pena da sua anulação.
 - A prova deve ser resolvida unicamente nas folhas do enunciado, as quais devem permanecer agrafadas. Apresente todas as justificações necessárias.
 - Não são permitidas folhas de rascunho adicionais. A última folha do enunciado serve para esse efeito. A folha de rascunho que constitui o final da prova pode ser usada excecionalmente para responder a alguma questão, desde que claramente assinalado.
-
-

Reservado para cotações.

1. a)

b)

c)

2.

3. a)

b)

c)

4. a)

b)

c)

5. a)

b)

(3.5 valores) 1. Das seguintes sucessões, indique se são monótonas, limitadas ou convergentes. Para estas últimas indique o respetivo limite.

(1.0) a) $u_n = \frac{(-1)^n}{n^2}$

(1.0) b) $v_n = [1 + (-1)^n]n$

(1.5) c) $w_n = \frac{2^{n+1}}{2^n + 1}$

(3.0 valores) 2. Escreva a fórmula de Taylor até aos termos de 2ª ordem para a função $f(x) = \sin x \cos x$, no ponto $\frac{\pi}{4}$.

(6.0 valores) 3. Determine a família de primitivas de cada uma das seguintes funções reais:

(1.0) a) $x^3 \cos(x^4 + 4)$

(2.5) b) $x^2 e^x$

(2.5) c) $\frac{3x + 1}{x^3 + 2x^2 - 3x}$

(4.0 valores) 4. Seja f uma função contínua em \mathbb{R} tal que $f(x) < 0 \forall x \in \mathbb{R}$. Considere o integral indefinido

$$F(x) = \int_{\frac{1}{2}}^{x^2} t f(t) dt$$

- (1.0) a) Indique o valor de $F(\sqrt{2})$.
- (1.5) b) Calcule $F'(x)$.
- (1.5) c) Estude a função F quanto à monotonia, indicando os possíveis pontos de máximo ou de mínimo.

(3.5 valores) 5. Resolva os seguintes problemas de valor inicial:

(1.5) a) $yy' = (1 + y^2)x^2, y(0) = 1.$

(2.0) b) $\frac{dy}{dx} - \frac{5}{x}y = x, y(1) = 0.$

